

## A LINEÁRIS TRANZPORTEGYENLET NUMERIKUS MEGKÖZELÍTÉSE

Szerző: **VARKULYA Csilla**

Témavezető: **Dr. TAKÁCSI Árpád**, egyetemi tanár

Intézmény: Újvidéki Egyetem, Természettudományi Kar, Matematikai és Informatikai Intézet, Újvidék  
Vajdasági Magyar Felsőoktatási Kollégium

A transzportegyenlet egy kezdeti információ (tömeg vagy energia) terjedését modellezi meghatározott irányban. Alapját képezi a matematikai fizika modelljeinek. Alkalmazásának ismert példái: a folyó hordaléklerakásának a modellje, valamint a forgalom áramlásának a modellje. A (tömeg- vagy energia-) megmaradás-törvényeket is transzportegyenlettel írjuk le, és a gázdinamikában is használjuk.

A munka témája a transzportegyenlet megoldásának numerikus megközelítése. Munkámban bemutattam az ún. középpontos differenciámódszert, amely a lineáris skaláris transzportegyenletet írja le numerikusan. Egyszerű példán viszont az látható, hogy ez a megközelítés nem stabil. Ezután stabilabb módszert – az ún. széllal szembeni módszert – mutattam be, valamint a stabilitás növelésének fizikai és matematikai feltételeit.

Figyelembe kell venni, hogy a lineáris skaláris transzportegyenletnek van explicit megoldása, amit a dolgozat szintén leír, tehát ennél az egyenletnél nincs szükség numerikus megközelítésre. A munka célja az itt feltüntetett numerikus módszerek és stabilitásuknak az áttekintése, ami által képet kapunk azokról az összetettebb transzportegyenletekről is, amelyeknek nem ismerjük az explicit megoldását.

*Kulcsszavak:* **transzportegyenlet, numerikus módszerek, parciális differenciális egyenletek**

## NUMERICAL METHODS FOR APPROXIMATING TRANSPORT EQUATIONS

Author: **Csilla VARKULYA**

Supervisor: **Dr. Árpád TAKÁCSI**, professor

Institution: University of Novi Sad, Faculty of Science, Department of Mathematics and Informatics, Novi Sad  
Hungarian College of Higher Education in Vojvodina

The transport equation models the migration of an initial disturbance (energy or mass) in a certain direction. The models of mathematical physics are mostly based on the transport equation. Well-known examples of its application

are the model of sedimentation in rivers and the model of traffic flow. Furthermore, the transport equation describes conservation laws – of energy or mass – and is used in gas dynamics as well.

The topic of this paper is the numerical approximation of the solution of the transport equation. Firstly, a central difference scheme is presented for the approximation of the linear scalar transport equation. Then, a simple example shows that this scheme is not stable. After that, a more stable scheme is presented – the so-called upwind scheme – along with the physical and mathematical conditions for increased stability.

It must be noted that the scalar linear transport equation has an explicit solution, which is also described in the paper, and thus there is no need to solve it using numerical methods. The purpose of this paper is to show, using a simple example, the numerical approximation of the solution and its stability. Based on this, we get an idea of the approximation of more complicated transport equations, which might not have an explicit solution.

*Keywords:* **transport equation, numerical methods, partial differential equations**

## NUMERIČKA APROKSIMACIJA LINEARNE TRANSPORTNE JEDNAČINE

*Autor:* Čila VARKULJA

*Mentor:* **Dr Arpad TAKAČI**, univerzitetski profesor

*Institucija:* Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno-matematički fakultet,  
Departman za matematiku i informatiku, Novi Sad  
Kolegijum za visoko obrazovanje vojvodanskih Mađara

Transportna jednačina modelira kretanje neke početne informacije, energije ili mase, u određenom smeru. Modeli matematičke fizike uglavnom su zasnovani na transportnoj jednačini. Poznati primeri primene su model sedimentacije reke i model protoka saobraćaja. Transportna jednačina opisuje i zakon održanja (mase, energije), a koristi se i u dinamici gasova.

Rad se bavi numeričkom aproksimacijom rešenja transportnih jednačina. Prikazuje se centralna diferentna shema za aproksimaciju linearne skalarne transportne jednačine. Međutim, na jednostavnom primeru se vidi da ta shema nije stabilna. Nakon toga se prikazuje stabilnija shema – tzv. shema „uz vetar“ – zajedno sa fizičkim i matematičkim uslovima za poboljšanje stabilnosti. Sa obzirom da za skalarnu linearnu transportnu jednačinu postoji i eksplicitno rešenje, koje je takođe opisano u radu, nema potrebe rešavati je numeričkim metodama. Cilj ovog rada je da se na jednostavnom primeru ilustruje numerička aproksimacija rešenja i stabilnost rešenja – a na osnovu toga se dobija i slika aproksimacije rešenja komplikovanijih transportnih jednačina, koje nemaju eksplicitno rešenje.

*Ključne reči:* **transportna jednačina, numeričke metode, parcijalne diferencijalne jednačine**